

Find the column space & null space.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

① Column Space

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} a + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} b = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$a = 1$$

$$2a + b = 6$$

$$2(1) + b = 6$$

$$b = 4$$

$$a + 2b = 1$$

$$(1) + 2(4) \neq 1$$

$$\mathbb{R}^3 \text{ by } \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} x_1=0 \\ x_2=0 \\ x_3=0 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 10 & 20 & 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$   
 $C(A) = \text{X-axis}$

$N(A) =$   
 $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 10 \end{bmatrix} a$

$\mathbb{R}^3$